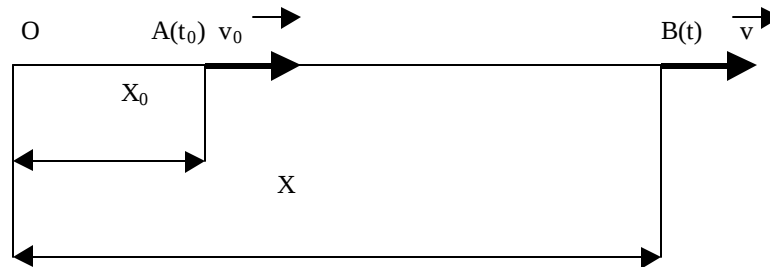


CINEMATICA PUNCTULUI MATERIAL

- 1. Cinematica miscarii rectilinii

- Traectoria descrisa de mobil este o dreapta



O = punctul de referinta a miscarii ;

X_0 = coordonata initiala a miscarii ;

X = coordonata finala a miscarii .

$x = x(t)$ - **ecuatia (legea) miscarii**) = relatia matematica ce permite calculul coordonatei punctului in care se gaseste mobilul la momentul oarecare t .

- Viteza medie

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{d}{\Delta t} (m/s)$$

- Vectorul viteza instantanee (momentana) $\vec{v}$

directie – aceeași cu direcția mișcării ;

sens – același cu sensul mișcării ;

modul $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x'(t) (m/s)$

$v = v(t)$ – ecuatia vitezei = relatia ce permite calculul vitezei momentane la momentul oarecare t .

- acceleratia momentana (instantanene) $\vec{a}$

directie – aceeași cu direcția mișcării ;

sens – același cu sensul mișcării – mișcare accelerată ;
- opus sensului mișcării – mișcare încetinită ;

modul $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v'(t) (m/s^2)$

- Miscarea rectilinie uniform variata

Conditie $\vec{v} = \text{const.}$

Ecuațiile mișcării : $a = 0$

$v = v_0 = \text{constant}$

$x = x_0 + v(t - t_0)$

Daca $x_0 = 0$ si $t_0 = 0$:

$$a = 0$$

$$v = v_0 = \text{constant}$$

$$x = v t = d$$

▪ Miscarea rectilinie uniform variata

Conditie $\vec{a} = \text{const.}$

Ecuatiile miscarii : $a = \text{constant}$

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2$$

Din $v = v_0 + a(t - t_0)$ si $x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2$ se obtine **exuatia lui**

Galilei

$$v^2 = v_0^2 + 2 a (x - x_0)$$

Daca $x_0 = 0$ si $t_0 = 0$: $a = \text{constant}$

$$v = v_0 + a t$$

$$x = v_0 t + a t^2/2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a x$$

Miscare rectilinie uniform accelerata: $v > v_0 \Rightarrow a > 0$;

Miscare rectilinie uniform incetinita: $v < v_0 \Rightarrow a < 0$;

▪ Miscarea relativa

Reprezinta miscarea mobilului in raport cu un sistem de referinta la randul sau in miscare fata de un alt sistem de referinta considerat fix.

Definim:

miscare de transport – miscarea sistemului de referinta mobil fata de sistemul de referinta fix;

miscare absoluta – miscarea mobilului fata de sistemul de referinta fix.

Notand ;

$\vec{v}_r$ = viteza in miscarea relativa ;

$\vec{v}_t$ = viteza in miscarea de transport;

$\vec{v}_a$ = viteza in miscarea absoluta;

putem scrie:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_t + \vec{v}_r$$

- 2. Cinematica miscarii plane

Traectoria descrisa de mobil este o curba continuta intr-un plan.

Poate fi studiata descompunand-o in doua miscari rectilinii dupa directiile perpendiculare Ox si Oy care definesc planul in care are loc miscarea.

• Ecuatiile parametrice ale miscarii:

- pentru miscarea rectilinie descrisa pe directia axei Ox:

$$x = x(t)$$

$$a_x = a_x(t)$$

- pentru miscarea rectilinie descrisa pe directia axei Oy :

$$y = y(t)$$

$$v_y = v_y(t)$$

$$a_y = a_y(t)$$

Utilizand ecuatiile parametrice ale miscarii se obtin:

ecuatia traiectoriei : $y = y(x)$;

ecuatia vitezei : $\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v(t)$

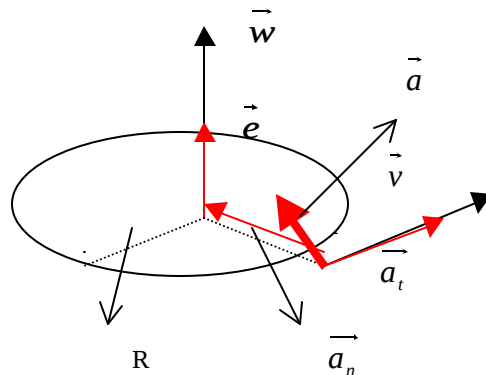
ecuatia acceleratiei ; $\sqrt{a_x^2 + a_y^2} = a(t)$

- 3. Cinematica miscarii circulare

Traectoria descrisa de mobil – un cerc de raza R.

Vectorul viteza unghiulara $\vec{\omega}$:

- *directie* – perpendiculara pe planul miscarii ;
- *sens* : - sensul de inaintare al unui burghiu drept rotit in sensul miscarii ;
- *modul* - $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = q'(t)$ (rad/s)



▪ Vectorul viteza liniara $\vec{v}$

- *directie* : tangenta la cerc in punctul in care se afla mobilul ;
 - *sens* ; acelasi cu sensul miscarii ;
 - *modul* : $v = \omega R$ (m/s).
- **Vectorul acceleratie unghiulara $\vec{e}$:**
- *directie* – aceeasi cu directia vectorului viteza unghiulara ;
 - *sens* – acelasi cu sensul vectorului $\vec{\omega}$ daca $\omega > \omega_0$ – miscare circulara accelerata ;
- opus sensului vectorului $\vec{\omega}$ daca $\omega < \omega_0$ – miscare circulara incetinita ;
 - *modul* : $e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \omega'(t)$ (rad/s²)
- **Vectorul acceleratie liniara $\vec{a}$**
- Are doua componente:
- $$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \Rightarrow a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$
- $\vec{a}_t$ = componenta tangentiala
- *directie* – tangenta la cerc in punctul in care se afla mobilul ;
 - *sens* : - acelasi cu sensul miscarii daca $\varepsilon > 0$;
- opus sensului miscarii daca $\varepsilon < 0$;
 - *modul* : $a_t = \varepsilon R$ (m/s²)
- $\vec{a}_n$ = **componenta normala**
- directie* : raza cercului dusa in punctul in care se afla mobilul;
sens ; spre centrul cercului ;
modul : $a_n = \omega^2 R$ (m/s²)
- **2.1. Miscarea circulara uniforma**
- Conditie $\vec{\omega} = \text{constant}$.
 - Viteza unghiulara : $\omega = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q - q_0}{t - t_0} = \text{constant}$
 - Viteza liniara : $v = \omega R = \text{constant}$
 - Acceleratia unghiulara : $e = 0$
 - Acceleratia liniara : $a_t = 0$; $a_n = \omega^2 R \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$ = acceleratia centripeta
 $\Rightarrow a = \omega^2 R$
 - Perioada de rotatie T = timpul in care mobilul descrie o rotatie completa.
- $$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (s)}$$
- Frecventa de rotatie ν = numarul de rotatii complete descrise intr-o secunda.
- $$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

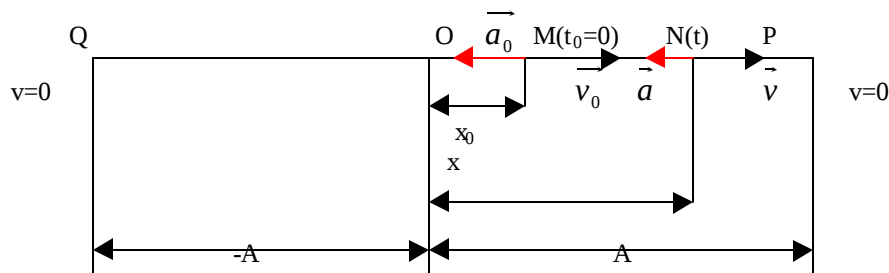
- Turatia n = numarul de rotatii complete descrise intr-un minut.

$$n = 60 \cdot n = \frac{60}{T} \text{ (rotatii/minut)}$$

- 4. Cinematica miscarii oscilatorii liniar armonice

4.1. Oscilatorul liniar armonic

Miscare rectilinie, periodica si simetrica fata de o pozitie de echilibru.



- Perioada oscilatiilor T = timpul in care oscilatorul descrie o oscilatie completa (s).
- Frecventa oscilatiilor ν = numarul oscilatiilor complete descrise intr-o secunda.

$$n = \frac{1}{T} (s^{-1} = Hz)$$

- Pulsatia oscilatiilor :

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T} (rad / s)$$

- Elongatia x = distanta la care se afla oscilatorul la momentul considerat (t) fata de pozitia de echilibru.

$$x(t) = A \sin(\omega t + f_0) \text{ (m)}$$

- unde : f_0 = faza initiala a oscilatiei

$$f_0 = \arcsin \frac{x_0}{A} \text{ (rad)}$$

x_0 = elongatia la momentul $t_0 = 0$

A = amplitudinea oscilatiei = elongatia maxima..

- Viteza oscilatorului :

$$v = \frac{dx}{dt} = x'(t) = \omega A \cos(\omega t + f_0) \text{ (m/s)}$$

- Acceleratia miscarii :

$$a = \frac{dv}{dt} = a'(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + f_0) = -\omega^2 x \text{ (m/s}^2\text{)}$$

- Energia cinetica a oscilatorului:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (J)$$

- Energia potentiala a oscilatorului

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (J)$$

- Energia mecanica a oscilatorului:

$$E = E_c + E_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \text{const.} \quad (J)$$

unde $k = m\omega^2 = \text{constanta elastica a oscilatorului (N/m)}$

▪ 4.2. Pendulul (oscilatorul) elastic

- Reprezinta sistemul format dintr-un resort ideal avand constanta elastica k si de un punct material de masa m .

- Ecuatiile miscarii :

$$x(t) = A \sin(\omega t + f_0)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = x'(t) = \omega A \cos(\omega t + f_0)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = a'(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + f_0) = -\omega^2 x$$

- Pulsatia, perioada si frecventa oscilatiilor :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Energia cinetica a oscilatorului:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (J)$$

- Energia potentiala a oscilatorului

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (J)$$

- Energia mecanica a oscilatorului:

$$E = E_c + E_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \text{const.} \quad (J)$$

▪ 4.3. Pendulul matematic (gravitational)

- Reprezinta sistemul format dintr-un fir ideal (de masa neglijabila si inextensibil) si un punct material de masa m .

- Ecuatiile miscarii :

$$x(t) = A \sin(\omega t + f_0)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = x'(t) = \omega A \cos(\omega t + f_0)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = a'(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + f_0) = -\omega^2 x$$

- Pulsatia, perioada si frecventa oscilatiilor :

$$k = m\omega^2 = \frac{m \cdot g}{l} = \text{constanta elastica a pendulului matematic}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

- Energia cinetica a oscilatorului:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (\text{J})$$

- Energia potentiala a oscilatorului

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + f_0)}{2} \quad (\text{J})$$

- Energia mecanica a oscilatorului:

$$E = E_c + E_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \text{const.} \quad (\text{J})$$

▪ 4.4. Compunerea oscilatiilor liniar armonice

▪ 4.4.1. Compunerea oscilatiilor paralele de aceeasi frecventa

Atunci cand un punct material este supus simultan la doua miscari oscilatorii armonice paralele care au aceeasi frecventa, miscarea rezultanta va fi tot o miscare oscilatorie armonica.

Considerand ecuatiile celor doua oscilatii :

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + f_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + f_2)$$

ecuatia miscarii rezultante este :

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega t + f)$$

unde : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(f_1 - f_2)}$ = amplitudinea oscilatiei armonice rezultante ;

$$f = \arctg \frac{A_1 \sin f_1 + A_2 \sin f_2}{A_1 \cos f_1 + A_2 \cos f_2} = \text{faza initiala a oscilatiei rezultante.}$$

▪ 4.4.2. Compunerea oscilatiilor paralele cu frecvente diferite

Punctul material este supus simultan la doua oscilatii paralele de ecuatii :

$$x_1 = A \sin(\omega_1 t + f_1)$$

$$x_2 = A \sin(\omega_2 t + f_2)$$

Ecuatia miscarii rezultante este in acest caz :

$x = A(t) \sin(\omega t + f)$ unde :

$$A(t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{f_1 - f_2}{2}\right)$$

Principiile mecanicii. Tipuri de forte

Principiul I

Daca asupra unui punct material nu actioneaza nici o forta sau rezultanta fortelor este nula, acesta isi pastreaza starea de repaus sau de miscare rectilinie si uniforma fata de un punct de referinta

Principiul II

O forta F ce actioneaza asupra unui punct material de masa m ii impri ma acestuia o acceleratie constanta cu aceeasi directie si sens cu forta al carei modul este proportional cu modulul fortei si invers proportional cu masa

$$\vec{F} = m * \vec{a}$$

Principiul III

Daca asupra unui corp se actioneaza cu o forta F numita actiune, acesta va reactiona cu o forta numita reactiune de aceeasi directie ,modul si de sens contrar

Tipuri de forte

Fora elastica

Daca asupra unui resort elastic suspendat vertical actionam cu o forta de intindere F orientata vertical in jos, lungirea $\Delta l = l - l_0$ are directia si sensul fortei de intindere :

$$\text{Definim } K = \frac{F}{\Delta l}, <K>_{SI} = 1\text{N/m}$$

K : coeficient de elasticitat al resortului (constanta eleastica)=raportul constant dintre modulul F al fortei de intindere sau comprimare si deformarea corespunzatoare a unui resort elastic

Legea lui Hooke

Fora elastica este direct proportionala cu marimea deformarii si orientata in sens opus acesteia :

$$\vec{F}_e = -k * \Delta l$$

Fora de apasare normala

N : reactiunea normala la apasare ; $N = -G$

$$G_n = G \cos \alpha$$

$$G_p = G \sin \alpha$$

$$N = G_n = G \cos \alpha$$

Fora de frecare la alunecare

Forța de frecare la alunecare apare la contactul dintre două corpuri și se opune deplasării. ; este direct proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact

$$F_f = \mu N, \mu = \text{coeficientul de frecare la alunecare}$$

INTERACȚIUNI PRIN CAMPURI FIZICE

- Interacțiunea gravitațională. Greutatea

Greutatea corpului = forța de atracție gravitațională pe care Pământul o exercită asupra oricărui corp aflat în vecinătatea suprafeței sale.

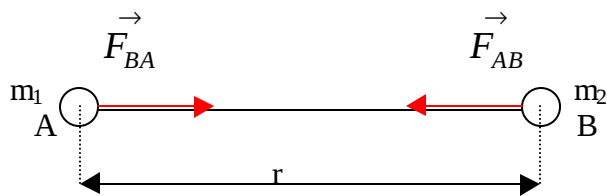
Greutatea $\vec{G}$:

marime vectorială orientată vertical în jos

modulul : $G = mg$

unitate de măsură $\langle \vec{G} \rangle_{SI} = 1N$

- Legea atracției universale a lui Newton



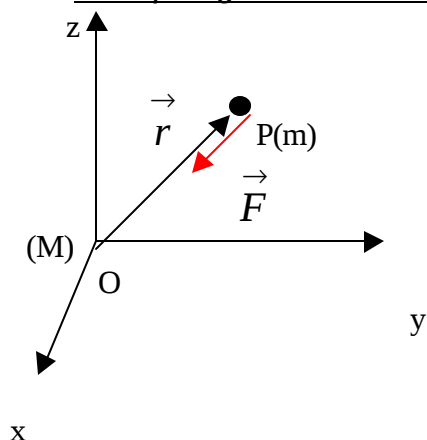
Doi corpuri punctiforme A și B de mase m_1 și m_2 exercită unul asupra celuilalt forțe de atracție orientate în lungul direcției AB, de sensuri opuse, proporțional cu masele și invers proporțional cu pătratul distanței dintre ele:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$$F_{AB} = F_{BA} = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

k = constanta gravitației universale și are valoarea aproximativă $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

- Campul gravitational. Intensitatea campului gravitational



Forța gravitatională exercitată de masa M asupra masei m este:

$$\vec{F} = -k \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- Miscări în câmp gravitational uniform

▪ Căderea liberă

Acceleratia mișcării este accelerația gravitatională g

Ecuatia vitezei : $v = -gt$

Legea de mișcare : $y = y_0 - \frac{gt^2}{2}$

▪ Aruncarea pe verticală

Legea vitezei : $v(t) = v_0 - gt$

Legea de mișcare : $y(t) = y_0 - \frac{gt^2}{2}$

Ecuatia lui Galilei : $v^2 = v_0^2 - 2gh$

Timpul de urcare : $t_u = v_0/g$

Înălțimea maximă : $h_{\max} = v_0^2/2g$

▪ Aruncarea oblică

Miscarea se descompune pe două axe de coordonate ortogonale xoy :

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Coordonatele poziției la un moment dat :

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha$$

$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Teoreme de variatie si legi de conservare in mecanica

Lucrul mecanic al unei forte constante

Lucrul mecanic L al unei forte constante = Produsul scalar dintre forta $\vec{F}$ si deplasarea $\vec{d}$

$$L = \vec{F} * \vec{d} = F * d * \cos \alpha \quad <L>_{SI} = 1J$$

unde α este unghiul format de directiile celor doi vectori

1J = Lucrul mecanic efectuat de o forta constanta de 1 N al carei punct de aplicatie se deplaseaza pe distanta de 1 m pe directia si in sensul fortei.

Daca directia fortei ramane perpendiculara pe directia deplasarii, lucrul mecanic este nul.

Lucrul mecanic efectuat de greutate

- corpul este in cadere libera: $L_G = G * h = mgh$
- corpul este aruncat vertical: $L_G = -G * h = -mgh$
- corpul coboara pe un plan inclinat: $L_G = G * h = mgh$
- Concluzie: Lucrul mecanic al greutatii este independent de forma drumului urmat si depinde de diferenta de nivel
- Definitie: forta conservativa = o forta al carei lucru mecanic este independent de forma drumului urmat.

Lucrul mecanic al fortei elastice

alungire: $L_e = -\frac{kx^2}{2}$

comprimare:

$$L_e = \frac{kx^2}{2}$$

Puterea mecanica

Puterea mecanica dezvoltata de o forta $\vec{F}$ constanta = raportul dintre lucrul mecanic efectuat de aceasta forta si intervalul de timp necesar efectuarii lui

$$P = \frac{L_{\vec{F}}}{\Delta t} \quad <P>_{SI} = 1W$$

Daca forta activa constanta $\vec{F}$ actioneaza asupra unui corp ce se deplaseaza uniform cu viteza v coliniara cu forta puterea va fi: $P = \vec{F} * \vec{v}$

- **Energia mecanica**

Energia cinetica. Teorema de variatie a energiei cinetice a unui punct material

Energia cinetica = energia unui corp cand se afla in miscare cu o anumita viteza fata de un sistem de referinta

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Teorema de variatie a energiei cinetice

Intr-un sistem de referinta inertial variatia energiei cinetice a unui punct material intre doua momente de timp este egala cu lucrul mecanic total al fortelor ce-i sunt aplicate in intervalul respectiv de timp

Energia potentiala

Energia potentiala = energia datorata pozitiei partilor sale componente aflate in interactiune una fata de cealalta. Energia potentiala a sistemului intr-o anumita pozitie reprezinta lucrul mecanic generat de interactiunile conservative pentru a-l readuce in starea de nivel 0

Energia potentiala gravitacionala a sistemului format din corpul de masa m si Pamant $E_p(h)=L_g=mgh$

Energia potentiala elastica: $E_p(x)=L_e=kx^2/2$

Energia mecanica a unui sistem fizic

Energia mecanica = suma dintre energia cinetica si energia potentiala.

$$E_m=E_c+E_p$$
